



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMATICA
ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMATICA

SILABO

I. DATOS GENERALES

I.1.	Asignatura	:	Medida e Integración
I.2.	Código	:	ES620
I.3.	Condición	:	Curso obligatorio
I.4.	Pre-Requisito	:	EE515
I.5.	Nº de horas de clase	:	Teoría : 04 hrs. Práctica: 04 hrs.
I.6.	Número de créditos	:	06
I.7.	Ciclo	:	Sexto ciclo
I.8.	Semestre Académico	:	2019-B
I.9.	Duración	:	17 semanas
I.10.	Profesor	:	Dionicio Orlando Moreno Vega

II. SUMILLA

1. NATURALEZA

La asignatura de medida e integración es un curso básico de **naturaleza** teórico-práctica, perteneciente al área de formación básica, correspondiente al tercer año de estudios en la Escuela Profesional de Matemática.

2. PROPÓSITO

Tiene como **propósito** mostrar al estudiante los conceptos y la razón lógica de las proposiciones, así como el análisis y el desarrollo riguroso de los teoremas y propiedades de la Teoría de la Medida de Lebesgue e integración sobre espacios más generales, los que constituyen la base para el estudio posterior de diversas áreas subsiguientes de la Matemática, como los cursos electivos, Ecuaciones Diferenciales Parciales, Seminarios de Tesis, Probabilidad, etc.

3. CONTENIDO

El **contenido** es el siguiente: σ -álgebra. Medidas. Espacios de Medida. Funciones medibles. La integral con respecto a una medida.

III. COMPETENCIAS DE LA ASIGNATURA

• **Competencias Genéricas**

- Los conceptos medida y conjuntos medibles como una generalización de los conceptos de área y volumen.
- La integral de Lebesgue como una generalización de la integral de Riemann.
- Los distintos tipos de convergencia en medida
- Actitud creativa, innovadora y determinada en las áreas específicas de medida e integración.
- Capacidad para el estudio y comprensión de las ideas de medida e integración.
- Conocer, comprender y utilizar el lenguaje matemático, adquiriendo capacidad para enunciar proposiciones en las diferentes áreas de la Matemática, para elaborar

demostraciones de teoremas clásicos del Análisis, Geometría, Ecuaciones Diferenciales, etc.

- **Competencias de la Asignatura**

- Desarrolla habilidades de razonamiento y abstracción de modo deductivo e inductivo en los conceptos y teoremas de Medida e Integración.
- Comprende y analiza los objetivos y alcances generales de Medida e Integración, para realizar demostraciones y resolver problemas prácticos y rigurosos.
- Desarrolla, innova y participa en proyectos de investigación formativa sobre temas específicos de la asignatura.
- Valorar el rigor y objetividad de la matemática contribuyendo en la buena formación profesional del estudiante.

- **Competencias específicas, capacidades y actitudes.**

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	ACTITUDES
<p>COMPETENCIA: Enseñanza-Aprendizaje</p> <p>Reconoce propiedades y características de conceptos propios de Medida e Integración sobre espacios más generales.</p> <p>Maneja y aplica definiciones, propiedades y a partir de ellas deduce resultados mediante demostraciones y la resolución de ejercicios.</p> <p>Expone sus ideas evidenciando actitudes personales, interpersonales y asimismo juicio crítico.</p>	<p>C.1.- Reconoce propiedades y características de los conjuntos y funciones medibles según Lebesgue, así como de la teoría de integración.</p> <p>C.2.- Maneja conceptos, definiciones, propiedades y criterios.</p> <p>C.3.-Aplica definiciones y propiedades para hacer demostraciones y resolver problemas.</p> <p>C.4.- Expone sus ideas a partir de la identificación de un problema.</p> <p>C.5.- Utiliza el aprendizaje basado en problemas.</p>	<p>A.1.- Demuestra responsabilidad y creatividad cuando trabaja de manera individual y en equipo.</p> <p>A.2.-Es tolerante frente al comportamiento de los demás.</p> <p>A.3.- Expresa sus opiniones coherente y lógicamente argumentada sobre los problemas de los temas tratados.</p>
<p>COMPETENCIA: Investigación formativa.</p> <p>Utiliza creativamente formas y estrategias de investigación para reforzar y mejorar el proceso y la calidad de su aprendizaje en la iniciación de la investigación científica.</p>		

IV. PROGRAMACIÓN POR UNIDADES DE APRENDIZAJE

Primera unidad : Medida de Lebesgue en \mathbb{R}^p .

Duración : 04 semanas

Fecha de inicio : 12 de agosto de 2019

Fecha de término : 06 de setiembre de 2019

Capacidades de la unidad:

C1.: Enseñanza y Aprendizaje

1. Reconoce propiedades y características de los conjuntos, funciones medibles según Lebesgue y de las funciones Lebesgue integrables.
2. Aplica definiciones y propiedades para realizar demostraciones y resolver ejercicios de aplicación.

C2.: Investigación Formativa

1. Utiliza el aprendizaje basado en la resolución de problemas.
2. Aplica el aprendizaje sostenido en la Teoría de la medida.

Programación de Contenidos:

Semana	Sesión	Contenidos Conceptuales	Contenido Procedimental	Contenido Actitudinal	Indicadores
1	1	Volúmenes de Células e Intervalos. Medida exterior.	Compara Células e Intervalos.	Muestra interés por las nuevas definiciones.	Investiga sobre el tema.
	2	Practica Dirigida	Trabaja en grupo los problemas y ejercicios.	Es responsable solidario y ético.	Utiliza de manera adecuada las propiedades de los conjuntos abiertos y cerrados.
2	1	Conjuntos medibles: σ -álgebras, medida sobre σ -álgebras, condición de Caratheodory, Teorema de Caratheodoty, medida de Lebesgue.	Establece técnicas para la mejor comprensión de conjuntos medibles.	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Diferencia propiedades de conjuntos medibles en el espacio euclidiano \mathbb{R}^p .
	2	Practica Dirigida	Consulta y trabaja en grupos los problemas.	Muestra interés y participa	Discusión y resolución de problemas y ejercicios.
3	1	Ejemplos de conjuntos medibles. Aproximación de conjuntos medibles por conjuntos abiertos, cerrados, compactos y por células.	Utiliza las propiedades para construir ejemplos de conjuntos medibles y para probar teoremas.	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Utiliza de manera adecuada las propiedades de los conjuntos medibles.
	2	Practica Dirigida	Usa y aplica los teoremas y resultados en la resolución de problemas	Se interesa por manejar propiedades y resolver ejercicios.	Discusión y resolución de problemas y ejercicios.
4	1	Aditividad y no aditividad de conjuntos medibles. Conjuntos no medibles y no Borel	Realiza operaciones con los conjuntos medibles.	Desarrolla un espíritu crítico y constructivo	Investiga sobre el tema.
	2	Practica Dirigida	Aplica teoremas y resultados.	Muestra interés y participa.	Reconoce propiedades de las medidas.

• **Segunda Unidad : Medida Abstracta.**

• **Duración : 02 Semanas**

- **Fecha de Inicio** : **09 de setiembre de 2019**
- **Fecha de Término** : **20 de setiembre de 2019**
- **Capacidad de la Unidad** :

C1.: Enseñanza y Aprendizaje

1. Reconoce propiedades y características de las funciones medibles.
2. Maneja propiedades y criterios de la medida definida en un espacio medible.

C2.: Investigación Formativa

1. Utiliza el aprendizaje basado en la resolución de problemas.
2. Aplica el aprendizaje sostenido en las funciones medibles y medida.

- **Programación de Contenidos**

Semana	Sesión	Contenidos Conceptuales	Contenido Procedimental	Contenido Actitudinal	Indicadores
5	1	Funciones medibles: Conjuntos y funciones medibles.	Conoce las propiedades de las funciones medibles.	Se interesa por manejar y entender los conceptos y propiedades.	Utiliza acertadamente los teoremas de funciones medibles.
	2	Práctica dirigida.	Usa y aplica los teoremas y resultados en la resolución de problemas.	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Discusión y resolución de problemas y ejercicios.
6	1	Medidas: Medida y espacio de medida.	Identifica las propiedades de las medidas.	Mantiene una actitud crítica	Reconoce propiedades de las medidas.
	2	Práctica dirigida.	Usa y aplica los teoremas y resultados en la resolución de problemas	Muestra interés y participa	Discusión y resolución de problemas y ejercicios.

- **Tercera Unidad** : **La Integral. Funciones Integrables**
- **Duración** : **02 Semanas**
- **Fecha de Inicio** : **23 de setiembre de 2019**
- **Fecha de Término** : **11 de octubre de 2019**
- **Capacidad de la Unidad** :

C1.: Enseñanza y Aprendizaje

1. Aplica definiciones y propiedades para hacer demostraciones y resolver ejercicios y problemas.
2. Expone sus ideas a partir de la identificación de un problema.

C2.: Investigación Formativa

1. Utiliza el aprendizaje basado en la resolución de problemas.
2. Aplica la teoría de integrales.

- **Programación de Contenidos**

Semana	Sesión	Contenidos Conceptuales	Contenido Procedimental	Contenido Actitudinal	Indicadores
7	1	La integral de Lebesgue:Convergencia monótona, Lema de Fatou.	Determina la Integral de Lebesgue.	Mantiene una actitud crítica	Reconoce propiedades de integrales.
	2	Primera práctica calificada.	Usa y aplica los teoremas y resultados en la	Participa en clase y le interesa el	Reconoce teoremas y propiedades.

			resolución de problemas.	de aprendizaje	
--	--	--	--------------------------	----------------	--

8	EXAMEN PARCIAL (EP)
----------	----------------------------

Semana	Sesión	Contenidos Conceptuales	Contenido Procedimental	Contenido Actitudinal	Indicadores
9	1	Funciones integrables: Teorema de convergencia dominada.	Establece e identifica funciones integrables.	Mantiene una actitud crítica	Reconoce propiedades de integrales.
	2	Práctica dirigida	Trabaja en grupo los problemas y ejercicios.	Participa en clase y le interesa el aprendizaje	Discusión y resolución de problemas y ejercicios.

- **Cuarta Unidad** : **Los espacios de Lebesgue L^p .**
- **Duración** : **02 Semanas**
- **Fecha de Inicio** : **14 de octubre de 2019**
- **Fecha de Término** : **25 de octubre de 2019**
- **Capacidad de la Unidad** :

C1.: Enseñanza y Aprendizaje

1. Reconoce propiedades y características de las funciones integrables.
2. Maneja conceptos, definiciones y propiedades afines.

C2.: Investigación Formativa

1. Utiliza el aprendizaje basado en la resolución de problemas.
2. Aplica el aprendizaje de los teoremas de la integración de Lebesgue.

- **Programación de Contenidos**

Semana	Sesión	Contenidos Conceptuales	Contenido Procedimental	Contenido Actitudinal	Indicadores
10	1	Espacios Normados. Los espacios L^p .	Establece e identifica espacios normados.	Se interesa por los resultados de los teoremas.	Maneja propiedades de los espacios normados.
	2	Práctica dirigida.	Trabaja en grupo la práctica dirigida	Estudia con perseverancia.	Muestra lo aprendido en el curso
11	1	Teorema de Completitud. El espacio L^∞ .	Establece técnicas para la mejor comprensión del teorema de Completitud.	Se interesa por los resultados de los teoremas.	Analiza y aplica los teoremas estudiados
	2	Práctica dirigida.	Trabaja en grupo la práctica dirigida.	Estudia con perseverancia.	Muestra lo aprendido en el curso

- **Quinta Unidad** : **Modos de convergencia.**
- **Duración** : **02 Semanas**
- **Fecha de Inicio** : **28 de octubre de 2019**
- **Fecha de Término** : **08 de noviembre de 2019**
- **Capacidad de la Unidad** :

C1.: Enseñanza y Aprendizaje

3. Reconoce propiedades y características de los tipos de convergencia.
4. Maneja conceptos, definiciones y propiedades afines.

C2.: Investigación Formativa

3. Utiliza el aprendizaje basado en la resolución de problemas.
4. Aplica el aprendizaje de los teoremas de convergencia.

- **Programación de Contenidos**

Semana	Sesión	Contenidos Conceptuales	Contenido Procedimental	Contenido Actitudinal	Indicadores
12	1	Tipos de convergencia.	Establece e identifica los diferentes tipos de convergencia.	Se interesa por los resultados de los teoremas.	Maneja propiedades de las convergencias.
	2	Práctica dirigida.	Aplica resultados del tema.	Estudia con perseverancia.	Muestra lo aprendido en el curso
13	1	Teorema de convergencia de Egoroff y Vitali.	Proporciona y analiza ejemplos aplicados al tema	Se interesa por los resultados de los teoremas.	Analiza y aplica los teoremas estudiados
	2	Práctica dirigida.	Trabaja en grupo la práctica dirigida	Estudia con perseverancia.	Muestra lo aprendido en el curso

- **Sexta Unidad** : **Descomposición de medida. Medida producto.**
- **Duración** : **02Semana**
- **Fecha de Inicio** : **11 de noviembre de 2019**
- **Fecha de Término** : **22 de noviembre de 2019**
- **Capacidad de la Unidad** :

C1.: Enseñanza y Aprendizaje

1. Aplica definiciones y propiedades para hacer demostraciones y resolver ejercicios y problemas.
2. Expone sus ideas a partir de la identificación de un problema.

C2.: Investigación Formativa

1. Descubre la importancia del estudio de la descomposición de medidas.
2. Explica la gran utilidad del teorema de Fubini.

- **Programación de Contenidos**

Semana	Sesión	Contenidos Conceptuales	Contenido Procedimental	Contenido Actitudinal	Indicadores
14	1	Teoremas de descomposición de Hahn y Jordan, teorema del Radón-Nikodym.	Participa activamente en la ponencia de los teoremas de descomposición de medidas.	Se interesa por los resultados de los teoremas.	Muestra lo aprendido en el curso
	2	Práctica dirigida	Trabaja en grupo la práctica dirigida.	Estudia con perseverancia.	Analiza y aplica los teoremas estudiados
15	1	La descomposición de Lebesgue. Medida producto.	Expone, delibera y concluye resultados.	Se interesa por los resultados de los teoremas.	Determina las formas de calcular una medida producto
	2	Segunda práctica Calificada.	Trabaja en grupo la práctica dirigida	Estudia con perseverancia.	Muestra lo aprendido en el curso

16	EXAMEN FINAL (EF)
17	EXAMEN SUSTITUTORIO (ES)

V. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

A fin de lograr un mejor desarrollo del aprendizaje se emplearán permanentemente las siguientes estrategias metodológicas.

- a) **Análisis de Lectura.** - Este procedimiento se realiza mediante:
 - Temas seleccionados y acudiendo a biblioteca.
 - Información obtenida de Internet.
- b) **Dinámica grupal.** - Mediante este procedimiento propiciaremos la organización de los alumnos de cuatro o cinco integrantes teniendo en consideración que todo aprendizaje tiene su base social.
- c) **Prácticas individuales.** - Mediante este procedimiento se logrará que cada alumno avance de acuerdo con su capacidad y habilidad que tenga para abordar problemas y ejercicios tanto analíticos como prácticos.

VI. MATERIALES EDUCATIVOS Y OTROS RECURSOS DIDÁCTICOS

Los materiales que se emplearán serán los siguientes:

(a) Materiales Educativos Interactivos.

Materiales impresos: textos básicos, direcciones electrónicas; para obtener información sobre temas específicos, planteados; además se entregará separatas de problemas y ejercicios.

(b) Materiales educativos para la exposición

Se contará con pizarra, mota, tiza, y plumones de contar con pizarras acrílicas.

VII. EVALUACIÓN

1. TÉCNICAS DE EVALUACIÓN DE RESULTADOS

Se realiza en forma permanente buscando la participación activa y responsable del alumno durante el desarrollo del contenido temático a través de:

a) Evaluación Teórica:

Sistema de pruebas programadas por la Universidad

Un Examen Parcial (EP), un Examen Final (EF) y una nota de Investigación Formativa (IF), todos con peso uno.

b) Evaluación práctica

En las horas de práctica la evaluación es permanente. Se tomará prácticas calificadas cada cuatro semanas (02 prácticas) las que permitirán evaluar el aprendizaje de cada alumno.

2. INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN.

Un Examen Parcial (EP), un Examen Final (EF) y una nota de Investigación Formativa (IF), todos con peso uno.

3. NORMATIVIDAD DE EVALUACIÓN

Para la obtención del **promedio final (PF)** se usa la fórmula siguiente:

$$EP + EF + PP + IF$$

PF = -----

4

(Donde EP: examen parcial; EF: examen final; PP: promedio de prácticas calificadas; IF: nota de Investigación Formativa)

4. REQUISITOS DE APROBACIÓN DEL CURSO

- Asistencia regular a clases no menor al 70% de las clases dictados; en caso contrario el alumno será inhabilitado.
- El alumno debe rendir todos y cada una de las evaluaciones en las fechas programadas.
- Obtener nota aprobatoria de ONCE como mínimo (el medio punto adicional será considerado como la mitad inmediatamente superior, a favor del alumno).

VIII. BIBLIOGRAFÍA BASICA:

Autor	Título	Año	Editorial	Lugar
ROBERT G. BARTLE	The Elements of Integration and Lebesgue Measure.	1995	John Wiley & Sons	New York
GERALD. B. FOLLAND	Real Analysis. Segunda edición.	1999	John Wiley	New York
WLADIMIR NEVES GLAUCO VALLE	Teoria da medida, integração e probabilidade.	2014	Editora UFRJ	Río de Janeiro

COMPLEMENTARIA

Autor	Título	Año	Editorial	Lugar
PAUL R. HALMOS	Measure Theory	1974	Springer-Verlag	Nueva York
CARLOS ISNARD	Introdução à medida e integração.	2009	Proyecto Euclides	Río de Janeiro Impa.

http://93.174.95.29/_ads/3E7CE6B4EDD03A4B4A5A224DB0DCE512

http://93.174.95.29/_ads/786CD4C20B3E1F6361CD100E2BFF6404

http://93.174.95.29/_ads/99782F4098FD567BF52213C809795317

Bellavista, agosto del 2019

Mg. Dionicio Orlando Moreno Vega